KSENIJA BOSNAR, FRANJO PROT
Računski centar Fakulteta za fizičku kulturu, Zagreb
KONSTANTIN MOMIROVIĆ, VESNA LUŽAR, VESNA DOBRIĆ
Sveučilišni računski centar, Zagreb

Primljeno 1. 9. 1982.

125

ALGORITAM ZA PROCJENU PSEUDOKANONIČKIH FAKTORA

SAŽETAK

Predložen je algoritam i napisan program za faktorsku analizu nekog skupa varijabli koji se osniva na relacijama kanoničkog faktorskog modela (Rao, 1955), image modela (Guttman, 1953) i modela sa univerzalnom metrikom (Harris, 1962).

1. UVOD

Kanonička faktorska analiza (Rao, 1955) ili njoj vrlo srodna faktorska analiza pod modelom najveće vjerodostojnosti (Lawley, 1940; 1949; Lawley i Maxwell, 1963; Jöreskog, 1967; 1969; Jöreskog i Lawley, 1968) je, sa statističke točke gledišta, najefikasnija metoda za strukturalnu analizu podataka i testiranje strukturalnih hipoteza (Harman, 1960; Lawley i Maxwell, 1963; Mulaik 1972; Fulgosi, 1979). Na žalost algoritam za procjenu kanoničkih faktora nisu, u pravilu, efikasni pod vidom potrošnje vremena na elektroničkom računalu, i vrlo su osjetljivi na generalizirani Heywoodov slučaj (Jöreskog, 1969; Mulaik, 1972; Fulgosi, 1979). Međutim, Herris je (1962) pokazao da postoje striktne relacije između kanoničke faktorske analize, definirane modelom Rao-a (Rao, 1955), image analize (Guttman, 1953) i analize varijabli reparametriziranih na univerzalnu metriku. Ove se relacije mogu primijeniti za konstrukciju algoritama sa efikasnom procjenom pseudokanoničkih faktora čija implementacija omogućuje analizu strukturalnih obilježja nekog skupa podataka na mnogo efikasniji i ekonomičniji način.

2. ALGORITAM

Neka je $B = (b_{ij})$; $i=1,\dots,n$; $j=1,\dots,m$ matrica podataka dobijena opisom nekog skupa entiteta $\varepsilon=\{e_i; i=1,\dots,n\}$ nad skupom kvantitativnih, multivarijatno normalno distribuiranih varijabli $V=\{v_j; j=1,\dots,m\}$. Neka je ε uzorak iz neke populacije P, i neka je V uzorak iz nekog univerzuma varijabli U.

Neka je $\mu=B^T1\frac{1}{n}$ procjena vektora aritmetičkih sredinadina varijabli iz V, i neka je $\Sigma=(B^TB-B^T11^T\frac{1}{n}B)\frac{1}{n}$ procjena matrice varijanci — kovarijanci tih varijabli. Neka je $Z=(z_{ij})$; $z_{ij} = (b_{ij} - \mu_j)/\sigma^{1/2}_{jj}$ matrica standardina varijabli iz V, i neka je $R=Z^TZ\frac{1}{n}$ matrica korelacija tih varijabli. Odredimo operacijom $U^2 = (\mathrm{diag}\, R^{-1})^{-1}$ Guttmanovu procjenu unikviteta varijabli, i definirajmo $v^2=\mathrm{tr}\,(I-U^2)$ kao zbroj image varijanci varijabli iz V.

Neka su λ_p; $p = 1,\dots,m$ svojstvene vrijednosti matrice R i neka su X_p; $p=1,\dots,m$ njima pridruženi svojstveni vektori skalirani tako da je $X_p^TX_p = 1$. Broj k interpretabilnih latentnih dimenzija odredimo na temelju PB kriterija (Štalec i Momirović, 1971) tako da je $\sum_{p=1}^{k} \lambda_p > v^2$; ovaj kriterij, stroži od uobičajenog Guttman-Kaiserovog kriterija $k = \mathrm{num}\ (\lambda_p>1)$, proizvodi sigurno interpretabilne dimenzije sa nenegativnim koeficijentima generalizabilnosti (Lužar, 1976).

Neka je $X_o = (X_{po})$; $p=1,\dots,k$ matrica prvih svojstvenih vektora i neka je $\Lambda_o=(\lambda_{po})$; $p=1,\dots,k$ dijagonalna matrica prvih svojstvenih vrijednosti matrice R. U matrici $H_o=X_o\Lambda_o^{1/2}$ bit će prvih k glavnih osovina matrice R.

Definirajmo inicijalnu procjenu komunaliteta varijabli iz V operacijom $\Delta^2_o = \mathrm{diag}\ (H_oH_o^T)$ i procijenimo komunalitete tih varijabli iterativnim procesom

$$
\begin{aligned}
R_\alpha &= R - I + \Delta^2_{\alpha-1} \\
(R_\alpha - \lambda_{p\alpha} I)\, X_{p\alpha} &= 0 \qquad p=1,\dots,k \\
H_\alpha &= H_\alpha \Lambda_\alpha^{1/2} \\
\Delta^2_\alpha &= \mathrm{diag}\ (H_\alpha H_\alpha^T)
\end{aligned}
$$

gdje je α oznaka iteracije. Ako se iterativni proces zaustavi nakon što se zadovolji uvjet $|\Delta_\alpha^2| - |\Delta_{\alpha+1}^2| < \varepsilon$, gdje je ε proizvoljno malen realan broj (u programu CLIMAX $\varepsilon = 0.005$), ili jednu iteraciju prije nego što nastane generalizirani Heywoodov slučaj (tj. slučaj kada je neki δ^2_j iz Δ^2 dostigao ili premašio 1.00), u matrici $H_f = X_f\Lambda_f^{1/2}$, gdje su Λ_f i X_f matrice svojstvenih vrijednosti i vektora matrice $R - I + \Delta^2_f$ dobijene u posljednjoj iteraciji, bit će glavne osovine reducirane matrice korelacija procijenjene pod standardnim faktorskim modelom. Definirajmo sada unikvitete varijabli operacijom $S^2 = I - \Delta^2_f$ gdje je Δ^2_f materica komunaliteta varijabli dobijena na kraju iterativnog procesa.

Reducirana matrica kovarijanci varijabli iz V, reskaliranih na Harrisovu metriku,, može se procijeniti operacijom:

$$C = S^{-1} (R-S^2)\, S^{-1} = S^{-1}RS^{-1} - I.$$

Neka su Y_p; $p=1,\dots,k$ prvih k svojstvenih vektora matrice C, i neka su η_p; $p=1,\dots,k$ prvih k svojstvenih vrijednosti matrice $S^{-1}RS^{-1}$. Svojstvene vrijednosti matrice C bit će, naravno, $n_p - 1$; Y_p su, očito, svojstveni vektori i matrice $S^{-1}RS^{-1}$.

Ako su u matrici $Y = (Y_p)$; $p=1,\ldots,k$ svojstveni vektori matrica C i $S^{-1}RS^{-1}$, a u $\eta = (n_p - 1)$; $p=1,\ldots,k$ svojstvene vrijednosti matrice C, ortogonalna faktorska matrica $G=SY(\eta - I)^{1/2}$ bit će procjena faktora matrice $R-S^2$ pod modelom koji je analogan, ali ne i identičan, modelu najveće vjerodostojnosti (Harris, 1962; Momirović, 1964), jer su u $G^* = Y(\eta - I)^{1/2}$ prvih k glavnih osovina matrice C.

Neka je $T = (t_{pq})$; $p,q=1,\ldots,k$ ortonormalna matrica koja nakon operacije $GT = V = (v_{jp})$; $j=1,\ldots,m$; $p=1,\ldots,k$ maksimizira Kaiserovu varimax funkciju (Kaiser, 1958)

$$w = m \sum_{j=1}^{m} \sum_{p=1}^{k} (v_{jp}/h_j)^4 - \sum_{p=1}^{k} \left(\sum_{j=1}^{m} (v_{jp}/h_j)^2\right)^2,$$

gdje su h^2_j komunaliteti varijanci iz V procijenjeni operacijom $H^2 = \text{diag}\,(GG^T)$, V će biti matrica strukture varijabli pod ortogonalnim parsimonijskim rješenjem definiranim normal varimax funkcijom.

Ako sada definiramo matricu $V^* = (|v_{jp}|^{\alpha+1}/v_{jp})$, gdje je α proizvoljna realna konstanta (u programu CLIMAX $\alpha=4$), operacijom $GQ = A$, gdje je $Q^* = (G^TG)^{-1}G^TV^*$, a $Q=Q^*\,(\text{diag}\,(Q^{*T}Q^*)^{-1})^{1/2}$, dobit će se aproksimacija neortogonalne parsimonijske solucije definirane matricom sklopa varijabli A; ova je solucija, naravno, promax solucija Hendricksona i Whitea (1964). Kako su u matrici $M = (Q^TQ)^{-1}$ procjene korelacija između faktora, u matrici $F = AM = GQ^{-T}$ bit će procjena korelacija varijabli i ovako definiranih latentnih dimenzija, pa je F matrica strukture varijabli definirana kosom parsimonijskom solucijom.

Uočimo da su u matricama $W_G = G \circleddash G$, $W_V = V \circleddash V$ i $W_A = A \circleddash F$, gdje je $\circleddash$ operator Hadamardovog množenja matrica, komponente varijanci varijabli i latentnih dimenzija za solucije definirane matricama G, V i A. Zbog toga je moguće definirati mjere pouzdanosti tih dimenzija, u okviru Kaiser-Caffreyeve logike (Kaiser i Caffrey, 1965), operacijama $\alpha_G = I - (\text{diag}\,(G^TG))^{-1}$, $\alpha_V = I - (\text{diag}\,(V^TV))^{-1}$ i $\alpha_A = I - (\text{diag}(A^TF))^{-1}$.

Kako se algoritam temelji na faktorskom, a ne na komponentnom modelu, latentne se dimenzije mogu samo procijeniti, ali ne i točno izračunati. Regresione procjene tih dimenzija (Thurstone, 1947) moguće su na temelju martica $\beta_G = R^{-1}G$, $\beta_V = R^{-1}V$ i $\beta_A = R^{-1}F$. Procjene latentnih dimnezija koje minimiziraju udio unikne varijance moguće su na temelju Bartlettovih (1937) regresijskih matrica $\Gamma_G = S^{-2}G(G^TS^{-2}G)^{-1}$, $\Gamma_V = S^{-2}V(V^TS^{-2}V)^{-1}$ i $\Gamma_A = S^{-2}F(F^TS^{-2}F)^{-1}$.

3. PROGRAM

Program CLIMAX napisan je u verziji 5.2/M SS jezika (Zakrajšek, Štalec i Momirović, 1974; Štalec, Momirović i Zakrajšek, 1981). Osnovna verzija programa je u biblioteci FFK*LIB, u kojoj su i neke njegove varijante; no ova biblioteka nije, u pravilu, dostupna širem krugu korisnika. Standardna verzija programa CLIMAX je u javnoj biblioteci SRCE*SS-MAKRO i ma koji korisnik koji ima pravo korištenja računala i programskih proizvoda u Sveučilišnom računskom centru može aktivirati program CLIMAX ovim slijedom EXEC naredbi

Đ RUN <RUN-ID>, <ACC-NO/USER-ID>, <PROJECT-ID>

Đ ASG,A SRCE*SS-MAKRO

Đ ADD SRCE*SS-MAKRO. IZVEDI

PROGRAM CLIMAX

PODACI <FILEP>, <ELTP>

VARS <FILEV>, <ELTV>

Đ FIN

gdje su u FILEP i ELTP ime datoteke i elementa u kome su podaci, a FILEV i ELTV ime datoteke i elementa u kome su SSEQUENCE i VARIABLE naredbe.

4. PONAŠANJE ALGORITAMA

Efikasnost, interpretabilnost i druga obilježja ponašanja algoritma i programa CLIMAX testirana su na podacima o morfološkim karakteristikama i motoričkim sposobnostima na tri različita primjera. Rezultati dobijeni CLIMAX-om uspoređeni su sa rezultatima standardnog algoritma za procjenu kanoničkih faktora implementiranog u programskom proizvodu STAT*JOB.

Primjer 1:

ANALIZA MORFOLOŠKIH KARAKTERISTIKA NA NESELEKCIONIRANOM UZORKU

Reprezentativni jugoslavenski uzorak klinički zdravih muškaraca starih od 19—27 godina izmjeren je sa slijedeće 23 morfološke mjere: (1) visina tijela (VISINA), (2) dužina ruku (DUZIRN), (3) dužina nogu (DUZINO), (4) dužina stopala (DUZIST), (5) dužina šake (DUZISA), (6) biakromijalni raspon (BIAKRO), (7) dijametar lakta (DILAKT), (8) dijametar ručnog zgloba (DIRUZG), (9) širina šake (SIRISA), (10) bikristalni raspon (BIKRIS), (11) dijametar koljena (DIKOLJ), (12) širina stopala (SISTOP), (13) težina (TEZINA), (14) opseg nadlaktice (OPNADL), (15) opseg podlaktice (OPPODL), (16) opseg natkoljenice (OPNATK), (17) opseg potkoljenice (OPPOTK), (18) opseg grudi (OPSGRUD), (19) nabor na pazuhu (NAPAZU), (20) nabor na leđima (NANALE), (21) nabor na trbuhu (NATRBU), (22) nabor na nadlaktici (NANADL) i (23) nabor na potkoljenici (NAPOTK). Detaljni opis mjernog postupka nalazi se u radu Stojanovića, Momirovića, Vukosavljevića i S. Solarić (1975). Na ovim podacima primijenjeni su algoritam i program CLIMAX i standardni algoritam za procjenu kanoničkih faktora implementiran u programskom paketu STAT*JOB. Programom CLIMAX dobijena su tri pseudokanonička faktora (tabela 1 — pseudokanonički faktori) koji se, ukratko, mogu interpretirati kao generalni faktor rasta (FAC 1), faktor koji diferencira skeletalne mjere od mjera mekih tkiva (FAC 2) i faktor čiji su salijenti mjere masnog tkiva endogenog porijekla (FAC 3).

Kanonička solucija uz isti broj faktora dobijena programom paketa STAT*JOB JE GOTOVO IDENTIČNA (tabela 1 — kanonički faktori), što potvrđuju izuzetno visoki pripadni koeficijenti kongruencije među pseudokanoničkim i kanoničkim faktorima (tabela 2).[1]

Primjer 2:

ANALIZA MORFOLOŠKIH KARAKTERISTIKA NA SELEKCIONIRANOM UZORKU

Analiza je provedena na 126 studenata II i III godine Fakulteta za fizičku kulturu u Zagrebu izmjerenih sa slijedećih 17 morfoloških varijabli: (1) visina (VISINA), (2) težina (TEZINA), (3) dužina nogu (DUZNOG), (4) dužina ruku (DUZRUK), (5) biakromijalni raspon (SIRRAM), (6) bikristalni raspon (SIRZDJ), (7) dijametar lakta (DIJLAK), (8) dijametar ručnog zgloba (DIJRUZ), (9) dijametar koljena (DIJKOL), (10) opseg grudi (OPGRUD), (11) opseg nadlaktice (OPNADL), (12) opseg podlaktice (OPPODL), (13) opseg potkoljenice (OPPOTK), (14) nabor nadlaktice (NABNAD), (15) subskapularni nabor (NABLED), (16) nabor na trbuhu (NABTRB) i (17) nabor potkoljenice (NABPOT). Detaljni opis varijabli i mjernog postupka nalazi se u radu Metikoša, Horvata, Mrakovića, A. Hošek, Prota, K. Bosnar i Gredelja (1982).

Programom CLIMAX dobijena su dva pseudokanonička faktora (tabela 3 — pseudokanonički faktori), koje je moguće jednostavno interpretirati kao generalni faktor rasta (FAC 1) i kao faktor koji diferencira skeletalne mjere od mjera mekih tkiva (FAC 2). Kanonička solucija s istim brojem faktora, dobijena STAT*JOBom- (tabela 3 — kanonički faktori) je, nesumnjivo, kongruentna pseudokanoničkim faktorima (tabela 4).

[1] u tabelama koeficijenata kongruencije sa SS su označeni pseudokanonički faktori, a sa SJ su označeni kanonički faktori.

Tabela 1

PSEUDOKANONIČKI FAKTORI

	FAC 1	FAC 2	FAC 3
VISINA	.675	.600	.206
DUZIRU	.591	.625	.225
DUZINO	.618	.602	.329
DUZIST	.619	.530	.128
DUZISA	.534	.503	—.000
BIAKRO	.557	.199	—.085
DILAKT	.605	.150	—.130
DIRUZG	.380	.205	—.168
SIRISA	.519	.175	—.277
BIKRIS	.561	.309	.029
DIKOLJ	.470	.026	.260
SISTOP	.468	.239	—.219
TEZINA	.976	—.011	—.099
OPNADL	.746	—.445	—.236
OPPODL	.766	—.238	—.289
OPNATK	.817	—.328	—.172
OPPOTK	.749	—.195	—.233
OPGRUD	.810	—.157	—.197
NAPAZU	.491	—.579	.470
NANALE	.535	—.603	.423

Primjer 3:

ANALIZA MOTORIČKIH VARIJABLI

Analiza je provedena na uzorku 114 studenata II i III godine Fakulteta za fizičku kulturu u Zagrebu. Studenti su izmjereni sa 18 motoričkih varijabli, odabranih za potrebe utvrđivanja latentne strukture funkcionalnih sposobnosti (Metikoš, Momirović, Horvat, Mraković, A. Hošek, Prot, K. Bosnar, 1982). Uzorak varijabli sadrži trčanja od 100, 200, 400, 800, 1500 i 3 tisuće metara (AT100, AT200, AT400, AT800, AT1500 i AT3000), tri testa trčanja u kojima se variraju dužine dionica ili trajanja pauza među dionicama ili oboje (STDIV, STPAV, STDIP), vožnju bicíklergometra u trajanju 30, 60 i 90 sekundi i 5, 10 i 15 minuta (ADF-30, ADF-60, ADF-90, RDQ5, RD1Q, RD15) i tri testa vožnje biciklergometra u sekvencama pod različitim opterećenjima (SDQ5, SDQ9, SD12).

I u ovom primjeru program CLIMAX (tabela 5) i STAT*JOB-ov program uz isti broj faktora (tabela 6) daju gotovo jednake solucije (s time da su prvi i četvrti faktor obrnutih predznaka u solucijama), što pokazuju i koeficijenti kongruencije (tabela 7).[2]

Primjenom algoritma i programa CLIMAX dobijeni su rezultati koji se praktički ne razlikuju od rezultata standardnog algoritma za procjenu kanoničkih faktora, čak i u slučaju manje jasno definirane konfiguracije (primjer 3). Uz veću efikasnost i manju osjetljivost na generalizirani Heywoodov slučaj prednost programa CLIMAX je i to, što korisnicima daje niz informacija koje ne dobijaju korištenjem standardnih programskih proizvoda namijenjenih kanoničkoj faktorskoj analizi.

[2] Potpuni rezultati ovih analiza pohranjeni su u arhivi Instituta za kineziologiju akulteta za fizičku kulturu Sveučilišta u Zagrebu i na zahtjev mogu biti stavljeni na uvid zainteresiranima.

KANONIČKI FAKTORI

FAC 1	FAC 2	FAC 3
.692	.614	.166
.601	.621	.173
.634	.623	.289
.623	.513	.082
.535	.472	—.044
.561	.183	—.103
.603	.127	—.132
.376	.177	—.169
.513	.135	—.285
.564	.293	—.002
.469	.036	.258
.468	.204	—.240
.977	—.037	—.103
.736	—.470	—.193
.755	—.271	—.257
.815	—.360	—.157
.745	—.230	— .222
.808	—.186	—.197
.479	—.549	.497
.524	—.581	.465
.451	—.456	.125
.432	—.451	.578
.421	—.416	.281

Tabela 2

KONGRUENCIJE SS i SSTAT*JOB FAKTORA

	STAJ 1	STAJ 2	STAJ 3
SS 1	.999	—.009	.029
SS 2	.034	.998	—.219
SS 3	.038	—.061	.993

Tabela 5

PSEUDOKANONIČKI FAKTORI

	FAC 1	FAC 2	FAC 3	FAC 4
ADF—30	—.480	—.008	.459	—.336
ADF—60	—.550	—.143	.631	—.222
ADF—90	—.527	.086	.463	—.096
AT100	.329	.399	.324	.505
AT200	.316	.570	.094	.279
AT400	.500	.288	.268	—.068
AT800	.410	—.032	.140	—.227
AT1500	.614	.081	.065	—.304
AT3000	.551	.066	.225	—.325
RD05	—.665	.217	.244	.296
RD10	—.631	.160	.260	.179
RD15	—.611	.298	.066	.267
SD05	—.349	.639	—.256	—.334
SD09	—.390	.605	—.354	—.261
SD12	—.340	.366	—.170	—.245
STDIV	.582	.424	.182	.010
STPAV	.668	.150	.388	—.306
STDIP	.414	.473	.379	.224

Tabela 6

KANONIČKI FAKTORI

	FAC 1	FAC 2	FAC 3	FAC 4
ADF30	.472	.055	.440	.382
ADF60	.531	—.053	.615	.272
ADF90	.520	.151	.442	.146
ATAT100	—.317	.450	.278	—.471
AT200	—.303	.592	.021	—.277
AT400	—.498	.332	.205	.081
AT800	—.410	—.003	.128	.220
AT1500	—.615	.095	.025	.294
AT3000	—.552	.105	.184	.324
RD05	.678	.252	.241	—.272
RD10	.642	.194	.256	—.152
RD15	.626	.304	.046	—.257
SD05	.354	.574	—.378	.326
SD09	.396	.529	—.462	.241
SD12	.344	.324	—.243	.239
STDIV	—.577	.461	.110	—.003
STPAV	—.669	.215	.329	.317
STDIP	—.411	.540	.306	—.200

Tabela 7

KONGRUENCIJE SS I STAT*JOB FAKTORA

	STAJ 1	STAJ 2	STA 3	STAJ 4
SS 1	—.999	.057	.015	.044
SS 2	—.020	.989	—.066	—.048
SS 3	—.045	.254	.982	.062
SS 4	.082	.075	.076	—.996

5. ZAKLJUČAK

Algoritam i njemu pridruženi program CLIMAX izvodi ove operacije:

(1) analizira latentne dimenzije pod komponentnim modelom i fiksira broj dimenzija u skladu s PB kriterijem (Štalec i Momirović, 1971);

(2) za tako fiksirani broj faktora određuje komunalitete varijabli iterativnim postupkom;

(3) definira unikvitete na osnovu procijenjenih komunaliteta i formira reduciranu matricu kovarijanci varijabli reskaliranih na inverznu vrijednost uniknih komponenata;

(4) određuje glavne osovine reskalirane reducirane matrice kovarijanca, fiksira broj faktora u skladu s DMEAN kriterijem (Momirović i Štalec, 1973) i reskalira faktore na metriku standardiziranih varijabli;

(5) rotira faktore u normal varimax poziciju (Kaiser, 1958);

(6) transformira faktore u promax poziciju (Hendrickson i White, 1964);

(7) za sve tri solucije dekomponira varijancu varijabli i latentnih dimenzija i procjenjuje pouzdanost latentnih dimenzija (Kaiser i Caffrey, 1965);

(8) za sve tri solucije procjenjuje vrijednosti entiteta na latentnim dimenzijama regresivnim (Thurstone, 1947) i Bartlettovim (Bartlett, 1937) postupkom.

Pokazano je da algoritam vrlo dobro aproksimira prave kanoničke faktore definirane pod kanoničkim modelom faktorske analize (Rao, 1955) ili pod modelom najveće vjerodostojnosti (Lawley, 1940; 1949; Lawley i Maxwell, 1963; Jöreskog, 1967; 1969; Jöreskog i Lawley, 1968) uz znatno veću efikasnost i slabiju osjetljivost na generalizirani Heywoodov slučaj.

Tabela 4

KONGRUENCIJE SS I STAT*JOB FAKTORA

	STAJ 1	STAJ 2
SS 1	.999	—.096
SS 2	.003	.996

Tabela 3

PSEUDOKANONIČKI FAKTORI

	FAC 1	FAC 2
VISINA	.649	.680
TEZINA	.966	—.132
DUZNOG	.566	.697
DUZRUK	.593	.438
SIPRAM	.598	.173
SIRZDJ	.526	.348
DIJLAK	.640	.031
DIJRUZ	.558	.118
DIJKOL	.516	.169
OPGRUD	.804	—.192
OPNADL	.609	—.558
OPPODL	.802	—.341
OPPOTK	.760	—.273
NABNAD	.237	—.650
NABLED	.286	—.645
NABTRB	.256	—.602
NABTROP	.223	—.447

Tabela 3

KANONIČKI FAKTORI

FAC 1	FAC 2
.675	.655
.953	—.172
.596	.688
.611	.426
.609	.137
.542	.318
.640	—.014
.563	.070
.523	.134
.799	—.240
.586	—.584
.784	—.394
.747	—.329
.202	—.594
.253	—.614
.225	—.563
.198	—.423

6. LITERATURA

1. Bartett, M. S. The statistical conception of mental factors British Journal of Psychology, 1937, 28, 97.
2. Cronbach, L. I., N. Rajaratnam and G. C. Gleser. Theory of generalizability: a liberalization of raliability theory. British Journal of Statistical Psychology, 1963, 16, 137.
3. Fulgosi, A. Faktorska analiza. Školska knjiga, Zagreb, 1979.
4. Guttman, L. Image theory for the structure of quantitative variates. Psychomertika, 1953, 18, 277.
5. Harman, H. H. Modern factor analysis. University of Chicago Press, Chicago, 1960.
6. Harris, C. W. Some Rao-Guttman relationships. Psychometrika, 1962, 27, 247.
7. Hendrickson, A. E. and P. O. White. PROMAX: a quick method for rotation to oblique simple structure. British Journal of statistical Psychology, 1964, 17, 65.
8. Jöreskog, K. G. Some contributions to maximum likeliho-od factor analysis. Psychometrika, 1967, 32, 443.
9. Jöreskog, K. G. Efficient estimation of image factor analysis. Psychometrika, 1969, 34, 51.
10. Jöreskog, K. G. and D. N. Lawley. New methods in maximum likelihood factor analysis, British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 1968, 21, 85.
11. Kaiser, H.: The varimax criterion for analytic rotations in factor analysis. Psychometrika, 1958, 23, 187.
12. Kaiser, H. F. and J. Caffrey. Alpha factor analysis. Psychometrika, 1965, 30, 1.
13. Lawley, D. N. The estimation of factor loadings by The method of maximum likelyhood. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 1940, 60, 64.
14. Lawley, D. N. Problems in factor analysis. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 1949, A, 62, 394.
15. Lawley, D. N. and A. E. Maxwell, Factor analysis as a stastical method. Butterworth, London, 1963.
16. Lužar V. Utjecaj arspona i razdiobe pogreške na određivanje broja značajnih glavnih komponenata. Magistarski rad, Elektrotehnički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 1976.
17. Metikoš, D., K. Momirović, V. Horvat, M. Mraković, A. Hošek, F. Prot, K. Bosnar i M. Gredelj. Struktura situacionih testova funkcionalnih sposobnosti prije i nakon parcijalizacije morfoloških karakteristika. Kineziologija, 1982, 13 (u štampi).
18. Momirović, K. Faktorska struktura nekih neurotskih simptoma. Disertacija, Filozofski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 1964.
19. Momirović, K., A. Hošek, D. Metikoš, F. Prot i K. Bosnar. Struktura i relacije situacionih testova funk-cionalnih sposobnosti i morfoloških karakteristika. Kineziologija, 1982, 13 (u štampi).
20. Momirović, K. i J. Štalec. DMEAN i DMAX kriteriji za određivanje broja značajnih image faktora pri analizi zadataka u psihologijskim testovima. Stručni skupovi psihologa »Dani Ramira Bujasa«, 1970. i 1972., Društvo Psihologa Hrvatske, Zagreb, 1973 (95).
21. Mulaik, S. A. The foundations of factor analysis. McGrawHill, New York, 1972.
22. -Rao, C. R. Estimation and tests of significance in factor analysis. Psychometrika, 1955, 20, 93.
23. Stojanović, M., K. Momirović, R. Vukosavljević i S. Solarić. Struktura antropometrijskih dimenzija, Kineziologija, 197-5, 5, 1—2, 193—205.
24. Stojanović, M., S. Solarić, K. Momirović i R. Vukosavljević. Pouzdanost antropometrijskih mjerenja, Kineziologija, 1975, 5, 1—2, 155—168.
25. Štalec, J. i K. Momirović. Ukupna količina valjane varijance kao osnov kriterija za određivanje broja značajnih glavnih komponenata. Kineziologija, 1971, 2, 78.
26. Štalec, J., K. Momirović i E. Zakrajšek. SS-statistical system. Sveučilišni računski centar (SRCE), Zagreb, 1981.
27. Thurstone, L. L. Multiple factor analysis. University of Chicago Press, Chicago, 1947.
28. Zakrajšek, E., J. Štalec i K. Momirović. SS-programski sistem za multivarijantnu analizu podataka. Zbornik simpozija »Kompjuter na sveučilištu«, Zagreb, 1974 (C8 — 1).

AN ALGORITHM FOR THE ESTIMATION OF PSEUDOCANONICAL FACTORS

An algorithm has been proposed and a program written for factor analysis of set of variables which is based on relations of the canonical factor model (Rao, 1955), image model (Guttman, 1953) and the model with universal matrics (Harris, 1962). The algorithm and its associated program CLIMAX perform the following operations:

(1) analyse latent dimensions under the component model and fix the number of dimensions in accordance with PB criterion (Štalec and Momirović, 1971);
(2) determine communalities of variables by iterative procedure for the thus fixed number of factors;
(3) define uniquites on the basis of the thus estimated communalities and form the reduced matrix of variable covariances re-scaled to the inverse value of unique components;
(4) determine principal axes of the re-scaled reduced covariance matrix, fix the number of factors in accordance with the DMEAN criterion (Momirović and Štalec, 1973) and re-scale the factor to the metrics of standardized variables;
(5) rotate factors into normal varimax position (Kaiser, 1958;)
(6) transform factors into promax position (Hendrickson and White, 1964);
(7) for all three solutions decompose the variance of variables and latent dimensions and estimate reliability of latent dimensions (Kaiser and Caffrey, 1965);
(8) for all three solutions estimate the values of entities on latent dimensions by regression (Thurstone, 1947) and Bartlett, 1937) procedures.

It has been shown that the algorithm approximates very well the actual canonical factors defined under the canonical model of factor analysis (Rao, 1955) or under the model of maximum likelihood (Lawley, 1940; 1949; Lawley and Maxwell, 1963; Jöreskog, 1967, 1969; Jöreskog and Lawley, 1968) with considerably greater efficiency and lower sensitivity to the generalized Heywood case.

Ксения Боснар, Франье Прот, Константин Момирович, Весна Добрич, Весна Лужар

АЛГОРИТМ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПСЕВДОКАНОНИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

Предложен алгоритм и написана программа для факторного анализа некоторого множества переменных. Алгоритм основан на канонической факторной модели (Рао, 1955 г.), имаж-модели (Гуттман, 1953 г.) и модели с универсальной метрикой (Гаррис, 1962 г.). Алгоритм и соответствующая программа КЛИМАКС осуществляют следующие операции:

1) проводят анализ латентных факторов под компонентной моделью и фиксируют число факторов на основе ПБ критерия (Шталец и Момирович, 1973 г.);
2) для таким образом фуксированного числа факторов определяют коммуналитеты переменных при помощи итеративного метода;
3) определяют униквитеты на основе таким способом оцененных коммуналитетов и образуют редуцированную матрицу коварианцы переменных, рескалированныхна инверзную величину уникных компонентов;
4) определяют главные оси рескалированной редуцированной матрицы коварианцы, фиксируют число факторов согласно DMEAN критеию (Момирович и Шталец, 1973 г.) и рескалируют факторы на метрику стандартизованных переменных;
5) переносят факторы в нормальную варимакс козицию (Кайсер, 1958 г.);
6) превращают факторы в промакс позицию (Гендриксон и Уайт, 1964 г.);
7) для всех трех решений расчленяют варианцу переменных и латенных факторов и оценивают достоверность латентных факторов (Кайсер и Каффрей, 1965 г.);
8) для всех трех решений определяют величину заданий на латентных факторах при помощи регрессинного метода (Турстон, 1947 г.) и метода Бартллета (Бартллет, 1937 г.).

Показано, что алгоритм очень хорошо апроксимирует действительные канонические факторы, которые определены под канонической моделью факторного анализа (Рао, 1955 г.) или под моделью максимальной достоверности (Лоулей, 1940 г, 1949 г.; Лоулей и Максуэлл, 1963 г.; Йорески, 1967 г., 1969 г.; Йорески и Лоулей, 1968 г.) причем осуществляется более высокая эффективность и меньшая чувствительность для генерального случая Гейвуда.